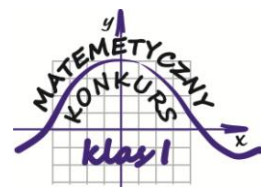


Arkusz zadań Konkursu Matematycznego dla klas pierwszych



ETAP II

Z.1. (1p.) Wyznacz miary kątów wewnętrznych pięciokąta wiedząc, że są one kolejnymi liczbami naturalnymi.

Z.2. (1p.) W trójkącie równoramiennym miara kąta przy wierzchołku stanowi $66\frac{2}{3}\%$ miary kąta przy podstawie. Oblicz miary kątów tego trójkąta.

Z.3. (1p.) Dany jest okrąg o środku S i promieniu długości 12 oraz dwa okręgi położone tak, jak na **rysunku nr 1**. Ile wynosi obwód trójkąta, którego wierzchołkami są środki tych okręgów?

Z.4. (2p.) Wiadomo, że $x + \frac{1}{x} = 5$. Oblicz wartość wyrażenia $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

Z.5. (2p.) W kwadracie o boku a narysowano 2 okręgi o promieniu a , których środkami są dwa przeciwległe wierzchołki. Oblicz pole figury ograniczonej łukami okręgów.

Z.6. (2p.) Dwie wieżycy, jedna wysokości 30 stóp, druga 40 stóp, oddalone są od siebie o 50 stóp. Pomiedzy nimi znajduje się wodotrysk, do którego zlatują dwa ptaki z wierzchołków obu wieżyc i lecąc z jednakową prędkością, przybywają w tym samym czasie. Jaka jest dłuższa odległość pozioma wodotrysku jednej z wieżyc?

Z.7. (2p.) Uzasadnij, że wartość wyrażenia $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + 6$ jest liczbą naturalną.

Z.8. (2p.) Wykaż, że liczba 3^{54} jest rozwiązaniem równania $243^{11} - 81^{14} + 7x = 9^{27}$.

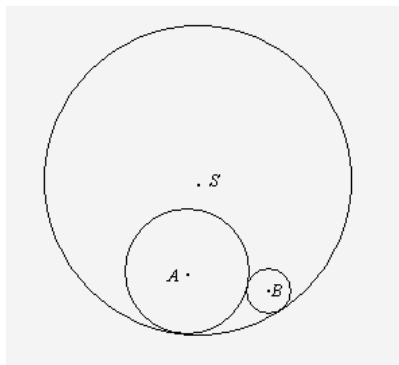
Z.9. (2p.) W pewnym trójkącie równoramiennym kąt między dwusiecznymi jednakowych kątów jest trzy razy większy niż kąt między ramionami trójkąta. Jaka jest miara kąta między ramionami trójkąta?

Z.10. (2p.) Wykaż, że jeśli $x^2 + y^2 = 3$ i $x + y = -2$, to $xy = \frac{1}{2}$.

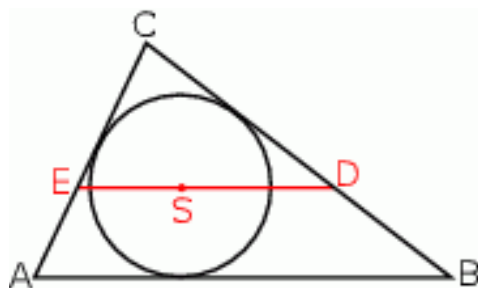
Z.11. (2p.) Przez środek S okręgu wpisanego w trójkąt ABC poprowadzono prostą równoległą do boku AB , która przecina boki CA i CB odpowiednio w punktach E i D (**patrz rysunek nr 2**). Wykaż, że $|ED| = |EA| + |DB|$.

Z.12. (3p.) Rozwiąż nierówność $\frac{2^{32}-32^2}{2^{16}+32} \cdot x > 2^{10} - 2^{21}$. Podaj najmniejszą liczbę całkowitą spełniającą tę nierówność.

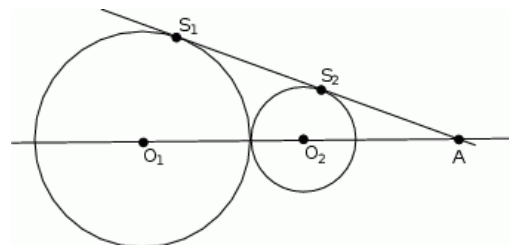
Z.13. (3p.) Dane są 2 koła styczne zewnętrznie o promieniach 12 i 3 oraz o środkach O_1 i O_2 . Do tych kół poprowadzono wspólną styczną, która jest styczna do tych okręgów w punktach S_1 i S_2 odpowiednio ($S_1 \neq S_2$). Oblicz pole trójkąta AO_1S_1 , gdzie A jest punktem przecięcia się prostych S_1S_2 i O_1O_2 . (**patrz rysunek nr 3**)



Rys. nr 1



Rys. nr 2



Rys. nr 3